

晚清重要官辦洋務學堂的中算教學

——從上海廣方言館到京師同文館

郭 金 海*

摘 要

晚清自強運動興起以來，在第二次西學東漸已經開始，而數學教育日益面臨西學的衝擊，且中算在水平上已根本無法與西算抗衡的情形之下，一些重要官辦洋務學堂在開設西算課程的同時，仍將中算納入數學教學的內容。先前學術界對晚清重要官辦洋務學堂的中算教學，並未給予適當的重視，因此，本文主要根據原始文獻，還原京師同文館和上海廣方言館這兩所學堂的中算教學情況，考察其在晚清數學教育由傳統向現代過渡中所扮演的角色。同時，本文還分析京師同文館、上海廣方言館等學堂進行中算教學活動的原因，進而揭示中算教學與當時社會思想及其他因素間的密切關係。

關鍵詞：自強運動、同文館、廣方言館、中算、西算、數學史

一、前 言

十九世紀六十年代自強運動興起以來，晚清政府開辦了京師同文館、上海廣方言館及廣州同文館等一批重要的官辦洋務學堂。由於制器是自強之先路，講求算學乃制器之根本的思想，已成為這場運動的領導者曾國藩（1811-1872）、左宗棠（1812-1885）、李鴻章（1823-1901）及總理衙門奕訢

收稿日期：2005年8月24日，通過刊登日期：2006年4月19日。

* 作者係北京中國科學院自然科學史研究所助理研究員。

(1832-1898)等朝廷重臣的共識，數學教育遂成為這些學堂科學教育的重點。根據史家洪萬生、¹李兆華、²田淼，³以及易萍⁴的研究，中算在京師同文館與上海廣方言館的數學教育中尚有其存在的空間。甚至同文館課程表中還保留著一些與中算相關的科目。

但我們知道，晚清自強運動時期，西學第二次東傳的序幕已經揭開，中國社會的思想、科學或教育等都面臨著西學的衝擊，數學教育亦不例外。而且當時中算在水平上已根本無法與西算抗衡，算學家對於西算已具有進一步之新認識，對中算批評之聲音已絕非空谷足音。⁵在這樣的時代背景下，引導晚清數學教育及科學教育方向的重要官辦洋務學堂仍進行中算教學活動，顯然值得我們注意。尤其，對於認識晚清數學教育而言，釐清這些學堂中算教學的情況，無疑是一個不可或缺的面向。

然而，學術界以往對晚清重要官辦洋務學堂的中算教學並未給予足夠的重視，迄今未見有專門的研究。因此，我們打算根據京師同文館《算學課藝》⁶和《廣方言館算學課藝》⁷等原始文獻及相關史料，嘗試還原京師同文館、上海廣方言館這兩所洋務學堂的中算教學情況，進而對晚清重要官辦洋務學堂的中算教學，給予適當的評述。在本文中，我們還將以數學社會史的進路，結合因京師同文館增設天文算學館而引發的「天算之爭」，算學教習李善蘭、劉彝程等有關數學與社會之對話等歷史細節，分析晚清重要官辦洋務學堂為何要教中算，探討自強運動時期中算教學與社會思想及其他因素間的密切關係。此外，作者希望透過本文呈顯晚清重要官辦洋務學堂的中算教學，在中國數學教育由傳統向現代過渡中的意義。

1 洪萬生，〈同文館算學教習李善蘭〉，載於楊翠華、黃一農編，《近代中國科技史論集》（臺北：中央研究院近代史研究所、清華大學歷史研究所，1991），頁215-232。

2 李兆華主編，《中國近代數學教育史稿》（濟南：山東教育出版社，2005），頁30-82。

3 田淼，《中國數學的西化歷程》（濟南：山東教育出版社，2005），頁197-221。

4 易萍，「清末上海廣方言館及其數學教育」（天津：天津師範大學數學系碩士論文，2002.5）。

5 王萍，《西方曆算學之輸入》（臺北：中央研究院近代史研究所，1966），頁183-187。

6 清·席淦、貴榮輯，《算學課藝》（上海：上海著易堂石印本，1896）。

7 清·沈善蒸輯，《廣方言館算學課藝》（上海：上海著易堂書局，1896）。

二、「算學」在上海和京師的不同遭際

京師同文館成立於同治元年（1862），是晚清政府在自強運動興起後設立的第一所洋務學堂。在1867年增設天文算學館之前，它只是一所純粹教授外國語言文字的學校。1863年，江蘇巡撫李鴻章所奏請的仿照京師同文館之例，在上海設立的廣方言館，雖以教授外語為主，但在開館之初，便開設數學課程並給予相當的重視。廣方言館章程中還專門講到「西人制器尚象之法，皆從算學出，若不通算學，即精熟西文亦難施之實用。」⁸它對數學之重視，與其首任監院馮桂芬（1809-1874）大膽提出的西學之根本在算學，借法自強，必從算學入手的變革觀點直接相關。⁹由史家王萍的研究，可知馮氏之說為李鴻章吸收後，即成為自強新政之理論基礎。¹⁰

廣方言館開設數學課程之後，主持總理衙門事務的奕訢和文祥（1818-1876）經過與曾國藩、左宗棠、李鴻章、郭嵩燾（1818-1891）、蔣益澧（1825-1874）等疆臣「往返函商」，¹¹計劃在京師同文館增設天文算學館，招取「滿漢舉人及恩、拔、歲、副、優貢，漢文業已通順，年在二十以外者」及「正途出身五品以下滿漢京外各官」等，專門學習數學和天文，並於1866年12月11日向朝廷提出。¹²1867年1月28日，奕訢和文祥又奏請將學生申請入學的條件，推廣到「翰林院編修、檢討、庶吉士等官」和「進士出身之五品以下京外各官，與舉人，五項貢生」。原因是這些人「研經有素，善用心思，致力果專，程功自易」。同時，「如有平日講求天文、算學，自願來館學習，藉資印證以精其業者，其年歲亦可不拘」。這些人學習三年後，還將會得

-
- 8 〈上海初次設立學習外國語言文字同文館試辦章程十二條〉，載於朱有瓚主編，《中國近代學制史料》第1輯上冊（上海：華東師範大學出版社，1983），頁216-217。以下所引《中國近代學制史料》之文獻，均出於此冊，不再註出。
- 9 清·馮桂芬，〈校邠廬抗議〉，載於《續修四庫全書》編纂委員會編，《續修四庫全書》第952冊（上海：上海古籍出版社，2003），頁541。
- 10 同註5，頁193。
- 11 〈同治六年三月十九日（1867.4.23）總理各國事務奕訢等折〉，載於《中國近代學制史料》，頁216-217。
- 12 〈同治五年十一月初五日（1866.12.11）總理各國事務奕訢等折〉，載於《中國近代學制史料》，頁13。

到「格外優保」的升遷機會。¹³這是自強運動領導者提出的關於培養數學、天文等科技人才的第一個重要方案。

然而，此方案一經提出，即遭到了以大學士倭仁（1804-1871）為首的保守派官僚的強烈反對。後來經過奕訢、文祥等人與保守派的激烈論戰，方案最終還是得到同治皇帝的恩准。1867年6月30日，朝廷下旨准設天文算學館後，總理衙門便開始招收學生入館學習。當時報考的學生，包括正雜各項人員共98名，考試到者72名。¹⁴後來經同文館考試勉強錄取30人，其中尚堪造就者不過數人，最後僅留10人。¹⁵天文算學館的課程，起初由英國人額布廉（M. J. O'Brien）和法國人李弼諧（E. Lepissier）講授。後來，總理衙門考慮到學生人數太少，就令他們與舊在同文館內的八旗俊秀「暫歸一處」。¹⁶因而，不但總理衙門的招生計畫未能完全實施，而且天文算學館成立不久即面臨閉館的窘境。

為什麼廣方言館開設數學課程並未遇到什麼麻煩，而同文館增設天文算學館竟遇到如此大之阻力？當然，這與北京和上海兩個城市的地位不同、地區文化傳統等因素有密切的關聯，¹⁷但前者開設數學課程之方案不如後者激進，亦是一個不可忽視的原因。第一，從招生條件來看，同文館招收的是舉人及恩、拔、歲、副、優貢等科甲正途人員，甚至包括翰林院編修、檢討、庶吉士，而廣方言館招收的是「十四歲以下，資稟穎悟，根器端靜之文童」，¹⁸保送生僅要求「候補佐雜及紳士中有年及弱冠願入館學習者」，¹⁹未對科甲正途人員抱以奢望；第二，從獎勵條件來看，同文館天文算學館的學生學習三年後，成績優秀者不但可「格外優獎」，且有「格外優保」的升遷機會，而按

13 〈同治五年十二月二十三日（1866.1.28）總理各國事務奕訢等折〉，載於《中國近代學制史料》，頁17。

14 〈同治六年六月初二日（1867.7.3）總理各國事務奕訢等折〉，載於《中國近代學制史料》，頁44。

15 〈同治七年五月二十三日（1868.7.12）總理各國事務奕訢片〉，載於《中國近代學制史料》，頁45-46。

16 同上註，頁46。

17 熊月之，〈上海廣方言館史略〉，載於上海市文史館等編，《上海地方史資料》第4冊（上海：上海社會科學院出版社，1986），頁93-94。

18 同註8，頁216。

19 同註8，頁217。

照廣方言館的規定，學生三年肄業後至多可以「由通商督撫專折奏保，調京考驗，授以官職」；²⁰第三，奕訢、文祥等人的方案實施後，會直接動搖晚清政府官員的任用格局。按照奕訢、文祥等人的方案，此後朝廷所重用的高級官員，將是一批擅長數學、天文等知識的新式人才。而清朝的高級官員，幾乎都是以其所掌握的文史知識通過科舉考試登上仕途的傳統文人。這種政府官員任用格局的改變，當然會對他們產生不小的刺激。相反地，廣方言館的學生畢業後，則至多被提升為國家的普通官員，不會對政府官員的任用格局產生重要影響。

同時，京師同文館「天算之爭」，在本質上不單是一場是否向西方學習的論戰，事關如何對待中算與西算關係的問題。1867年3月後，保守派在論戰中曾提出如下的觀點：其一，西算源自中國，「參用洋人算術，不過借西法以印證中法耳」，設立同文館，「只宜責成欽天監衙門考取年少穎悟之天文生、算學生，送館學習，俾西法與中法互相考驗」。²¹其二，「如以天文、算學必須講習，博采旁求，必有精其術者，何必夷人，何必師事夷人？」²²也就是說，保守派官僚認為學習西算，只不過是借西法以印證中法或中西方法互相驗證。若同文館必須增設天文算學館，則不必請西人為教習。

後來，總理衙門擢用李善蘭執掌京師同文館算學教習，是否為了保全保守派的顏面而作了讓步，我們就不得而知了。但從奕訢、文祥等總理衙門大臣的言論來看，他們不但對學習西算是借西法以印證中法持肯定態度，而且也支持「西學中源」說。他們認為，西算的借根方，實本於中算的天元術；由於西人「性情縝密，善於運思，遂能推陳出新，擅明海外耳」；事實上，「法固中國之法也」；不僅「天文、算學如此，其餘亦無不如此」。²³

三、上海廣方言館的中算教學

廣方言館最初的課程分為「經學、史學、算學、詞章」四類，所有學生

20 同註8，頁217。

21 〈同治六年正月二十九日（1867.3.5）掌山東道監察御史張盛藻折〉，載於《中國近代學制史料》，頁551。

22 〈同治六年二月二十五日（1867.3.20）大學士倭仁折〉，載於《中國近代學制史料》，頁552。

23 同註13，頁15。

都以「算學」和西文為主課，「並須逐日講習」。²⁴1870年廣方言館移入江南製造局後，學生分為上、下兩班。進入上班的都是高年級的學生，學習勘探、設計、製造、外語方面的課程。進入下班的都是初入館的學生，學習「算學、代數學、對數學、幾何學、重學、天文、地理、繪畫」，並須熟習「算經十書」。²⁵由於上班的課程多以數學為基礎，學生在上班學習時，尚「須兼習下班之學，以冀精深」。²⁶1894年後廣方言館專設算學館及天文館。陳暘（1806-1863）、時曰醇（1807-1880）、劉彝程（約1840-？）、沈善蒸及席淦（1845-1917）等人都擔任過算學教習，賈步緯（約1840-1908）、火榮業（？-1920）等曾擔任天文教習。其中，劉氏自1873年春應馮煥光（1830-1878）之聘「教習上海廣方言館算學」，²⁷大概至十九世紀的最後幾年，在館中任教時間最長。

（一）《廣方言館算學課藝》的中算問題

《廣方言館算學課藝》²⁸由沈善蒸編輯，輯錄了劉彝程任教期間，劉循程、朱祖樑、李鴻杭、龔傑、張時良、丁國鈞、錢鴻寶、黃錫爵等八位學生的課卷。這些課卷完成於1873年至1896年間，在被收入《課藝》之前，經過了劉彝程、沈善蒸的「擇取」和「釐定」。²⁹《課藝》凡43題，其中劉循程解1題，朱祖樑解14題，李鴻杭解8題，龔傑解14題、張時良解6題、丁國鈞解2題、錢鴻寶解1題、黃錫爵解1題。³⁰各題所屬類型及各類型題目比例見表一（見次頁）。

按照廣方言館下班開設之課程名稱，這些類型的問題可分別歸入「算學」、「代數學」、「幾何學」、「重學」之中。「重學」指西方的mechanics，即今之力學。十九世紀五十年代末期，偉烈亞力（Alexander

24 同註8，頁217。

25 〈計呈酌擬廣方言館課程十條〉，載於《中國近代學制史料》，頁223-224。

26 同上註，頁224。

27 清·劉彝程，《簡易庵算稿》（上海：江南製造局鈐版，1900）。

28 坊間流傳之《廣方言館算學課藝》有上海著易堂鉛印本和石印本兩種，均刊刻於1896年。

29 參閱註7，沈善蒸，〈廣方言館算學課藝序〉。

30 其中，一題為李鴻杭、朱祖樑、張時良各給出一解；一題為龔傑與李鴻杭各給出一解；一題為張時良與錢鴻寶各給出一解。

表一 《廣方言館算學課藝》各類型題目統計

合計	類型	題數	題號	所占題目 總數比例
21	勾股和較術	16	1、2、5、9、10、 16、17、18、19、 21、23、24、31、 34、39、40	37.2%
	《九章算術》盈不足類 ³¹	1	38	2.3%
	《九章算術》少廣類	1	15	2.3%
	《測圓海鏡》類問題	2	11、36	4.7%
	連比例級數	1	14	2.3%
7	二項式定理	1	22	2.3%
	不定方程	1	29	2.3%
	四率比例原理證明	1	26	2.3%
	應用題	3	28、32、33	7.0%
15	平面幾何（三角函數公式證明）	5	3、6、8、27、43	11.6%
	平面幾何（求三角函數）	3	4、13、25（4、13 屬於弧三角形問題）	7.0%
	平面幾何（解三角形）	3	7、12、41	7.0%
	平面幾何（圓內接十邊形）	1	30	2.3%
	立體幾何（圓球）	3	20、37、42	7.0%
1	力學	1	35	2.3%
總計		43		約100%

Wylie, 1815-1887) 和王韜 (1828-1897) 合譯的《重學淺說》、³² 艾約瑟 (Joseph Edkins, 1823-1905) 和李善蘭 (1811-1882) 合譯的《重學》，³³ 都是介紹這方面知識的譯著。《課藝》中僅1題屬於「重學」；歸入「算學」課

31 我們稱這些問題為《九章算術》盈不足類問題，是因為它們與《九章算術》「盈不足」章的問題類似。下文《九章算術》少廣類問題、《測圓海鏡》類問題等均仿此而命名。

32 偉烈亞力 (Alexander Wylie) 口譯，清·王韜筆述，《重學淺說》（上海：墨海書館刊本，1858）。

33 艾約瑟 (Joseph Edkins) 口譯，清·李善蘭筆述，《重學》（上海：墨海書館刊本，1859）。

程的凡20題，包括勾股和較術、《九章算術》盈不足類、《九章算術》少廣類，以及《測圓海鏡》類等問題；歸入「代數學」課程的凡7題，包括連比例級數、二項式定理、二次不定方程、四率比例原理證明等問題及應用題；歸入「幾何學」課程的凡15題，包括平面幾何和立體幾何問題。

廣方言館開設的「對數學」與「天文」課程，在《課藝》中沒有體現出來。因而這兩門課程在廣方言館數學課程中的地位較輕。由《課藝》僅1題屬於「重學」可知，「重學」是館中數學課程之一，但地位不如「算學」、「幾何學」及「代數學」。

由表一不難看出，歸入「算學」課程的問題均屬中算範圍，歸入「幾何學」、「代數學」及「重學」等課程的問題幾乎都屬西算或西學。歸入「算學」課程的問題所占比例最高，其次是歸入「幾何學」課程的問題比例，再次為歸入「代數學」課程的問題比例，最末是歸入「重學」課程的問題比例。在歸入「算學」課程的四類問題中，勾股和較術問題所占《課藝》問題總數之比例最高，即37.2%，也明顯高於屬於「幾何學」、「代數學」及「重學」課程的各類問題比例。同時，歸入「算學」課程的四類問題所占《課藝》問題總數的比例，僅較所有西算及西學問題所占的比例低7%。這說明，廣方言館的數學教學或考試對這些中算問題相當重視。

這些中算問題在廣方言館得到重視，首先應該與算學教習劉彝程長期關注《九章算術》及《測圓海鏡》，尤其重視「勾股」問題直接相關。談到此點，我們有必要對劉氏的著作《九章實義》加以介紹。³⁴此書於1901年出版，問題多取自《九章算術》與《測圓海鏡》，解題基本用西法。劉氏在書中並未提及劉徽、楊輝乃至於李潢對於《九章算術》之「算理分析」。原因可能是劉氏希望通過此書介紹西算的「淺近算理」，³⁵而僅將《九章算術》及《測圓海鏡》舊題作為驗證西算之習題而已。

從劉氏所撰《簡易庵算稿》自序，能夠看出他關注《測圓海鏡》的時間，不晚於「弱冠」之年（1855年前後）。因為當時他已「縱觀天元、四元諸書」了。³⁶至於他閱及《九章算術》的時間，要早於光緒初年之前。是

34 清·劉彝程，《九章實義》（上海：劉氏簡易庵石印本，1901）。

35 同上註，劉彝程，〈九章實義序〉。

36 同註27，劉彝程，〈簡易庵算稿自序〉。

時，其父劉熙載（1813-1881）隨從郭嵩燾奉命使英，過滬之時問劉彝程：「是行攜有出洋學生，將使學算，宜以何書入門？」他以《九章算術》、《孫子算經》等「文奧詞簡，僅傳其法，未有發明」，其中「淺近易學，可以入門而無弊者則罕見之」，「承學之士，非有師承，驟難領悟」而對答「向乏善本」。³⁷因此，劉氏此前不僅已讀到這些中算古籍，而且還應該是下過一番苦功的才是。

當然，劉氏早年關注《九章算術》及《測圓海鏡》等中算典籍，是他後來著成《九章實義》的基礎。不過，《九章實義》不僅以介紹西算為主，而且其知識分類方式與《九章算術》也存在本質的差異。是書分為四卷，依次為「比例」、「面體積」、「方程」、「勾股」。雖然「勾股術原不外乎比例、面體積之理」，但由於其「題境繁多，非分類闡釋，不能觀其大全」，劉氏還是將「勾股」單列一卷。這是他重視「勾股」問題的重要表徵。而且，根據史家錢寶琮的研究，劉氏的數學成就中，以有關整數勾股形的研究最為突出。³⁸

《九章實義》每卷又分上下兩部分。前三卷除各卷之上分別介紹相應的西算知識之外，各卷之下依次為「以比例運九章」、「以面體積運九章」、「以方程運九章」。此三卷「大抵皆九章舊題，而悉以本卷之法御之。」也就是說，劉氏將《九章算術》各章的某些問題歸入「比例」、「面體積」或「方程」之中，並分別以西術求解。第四卷之上介紹「勾股常法」，此卷之下則為「以海鏡圖御勾股常法」，即主要通過《測圓海鏡》「圓城圖示」來證明有關勾股問題的一般方法。此卷之末附有「海鏡題選直解」一百餘題。劉氏認為，「以此分類，視《九章》分類，較得實義，爰名曰：《九章實義》。」³⁹顯然，這樣的分類方式是與西算的知識分類方式合拍的。

從中國近代學術轉型的視角來看，中國傳統知識系統要完全轉入近代西方學科體系和知識系統中，必須採用近代分科原則及知識分類系統。⁴⁰而在

37 同註 35。

38 錢寶琮主編，《中國數學史》（北京：科學出版社，1981），頁 341-343。

39 同註 35。

40 左玉河，《從四部之學到七科之學——學術分科與近代中國知識系統之創建》（上海：上海書店出版社，2004），頁 445。

《九章實義》之前，尤其是清初以來的中算家有關中算典籍的著述，大體都還遵循傳統的套路。譬如屈曾發的《九數通考》、⁴¹李潢的《九章算術細草圖說》等，⁴²還都是將數學知識分別歸於「方田」、「粟米」、「衰分」、「少廣」、「商功」、「均輸」、「盈不足」、「方程」、「勾股」各章之下。因此，西算分類方式的出現，是中國數學完全由傳統過渡到近代的一個前提，而劉彝程的《九章實義》可作為其出現的一個標誌。當然，《九章實義》按西算分類的意義，尚不僅於此，至少它還可以作為第二次西學東漸之後，一些中算家的數學思維模式已衝決中國傳統禁錮的一個表徵。

學術思想尚完全囿於傳統思維定式的學者，大概難以接受《九章實義》的知識分類方式，但對於當時已經受到西學重要影響的進步學者來說，不會有什麼心理障礙。譬如李善蘭、華蘅芳（1833-1902）等中算家，通過與西士接觸，翻譯西算書籍，對西算的知識分類體系已經有了較為深入的了解。他們對《九章實義》的知識分類方式，顯然不會提出什麼異議。而且，在十九世紀末期，一些中國學者對西學的認識已經有了相當的深度，對自然科學知識分類有了比較準確的把握，甚至對一些具體學科內部的分類及其功用也有較為深刻的理解。譬如維新派代表人物陳熾（1855-1900），1895年撰寫了《續富國策》，書中對「天文」、「算學」、「化學」、「重學」、「光學」、「電學」等都有精到的解釋。他在「化學重學說」中，還按照「動物化學」、「植物化學」及「地產化學」等分支，對近代化學作了詳細介紹。⁴³這樣的學者當然也會接受這樣的知識分類方式。下文將提到，《九章實義》的知識分類方式也是被廣方言館的學生接受的。這對提高他們的數學素養自然會引起相應的規範作用。

《九章算術》「少廣」類問題受到重視，亦可能因為「少廣」章給出的「開平方術」是《九章算術》的難點。李善蘭就發出過「算術莫難於開方」的慨歎。⁴⁴華蘅芳在《學算筆談》中談及「開方論」時亦言道：「數學中以開

41 清·屈曾發，《九數通考》（同治十一年屈氏重刊本，1872）。

42 清·李潢，《九章算術細草圖說》（光緒十八年校本，1892）。

43 清·陳熾，《續富國策》，載於趙樹貴、曾麗雅編，《陳熾集》（北京：中華書局，1997），頁203-209。

44 清·李善蘭，《行素軒算稿序》，載於華蘅芳，《行素軒算稿》（光緒壬午開雕梁谿華氏藏版，1882）。

方爲最難」。⁴⁵同時，《九章算術》「少廣」章給出的「開方術」與高次方程解法直接相關，而後者又是中國古代代數學家的光輝成就，所以「開方術」歷來爲中算家所關注。中國數學史上著名的「談天三友」中，汪萊（1768-1813）與李銳（1769-1817）都進行過深入的研究。⁴⁶《課藝》的「少廣」類問題，即求解一個一元三次方程的根。

《九章算術》盈不足類、「少廣」類等問題受到重視，也應該是《九章算術》本身在自強運動時期仍受到人們重視的結果。我們知道，《九章算術》是自乾嘉時期掀起研究整理中國古算的熱潮之後，中國士人學習或研究數學的必備書籍之一。到自強運動時期，它仍受到人們的關注。《九章算術》當時被看作「學者不可不讀之書」，「能讀《九章》則一切古算書無不能讀矣。」⁴⁷李善蘭與偉烈亞力所續譯之《幾何原本》出版時，張文虎（1808-1885）代曾國藩所作之序中，還特別指出，《九章算術》不可廢。⁴⁸

另外，爲了了解勾股和較術與《測圓海鏡》類問題成爲廣方言館數學教學重點的社會因素，還有必要考察自強運動時期的「西學中源」說。此說出現於明末，至康熙中葉，其流傳尚不廣遠。康熙末年，由於康熙與梅文鼎（1633-1721）君臣的合作，它終於得到了論定，成爲欽定的學說。⁴⁹梅文鼎是清初最著名的中算家之一。他一生孜孜不倦地從事曆算研究，著述頗豐。「幾何即勾股論」是其幾何學著作的核心思想，也是當時「西學中源」說在數學論述中的一個標本。⁵⁰梅文鼎之孫梅穀成（1681-1763），自幼在家從其祖父學習曆算。後來被調至暢春園蒙養齋參加《數理精蘊》的編撰工作。由於他將天元術與康熙皇帝所授的借根方法聯繫起來，用借根方法理解《授時曆》中使用天元術求矢的問題，「乃渙然冰釋，殆名異而實同」，遂確信「天元一

45 清·華蘅芳，《學算筆談》（光緒丙申年上海文海書局石印本，1896）。

46 參閱洪萬生主編，《談天三友》（臺北：明文書局，1993），頁195-310。

47 同註45，卷5，頁13。

48 清·曾國藩，〈幾何原本序〉，載於利瑪竇（Matteo Ricci）、偉烈亞力口譯，明·徐光啓、清·李善蘭筆受，《幾何原本》（同治四年金陵刻本，1865）。

49 王揚宗，〈明末清初「西學中源」說新論〉，載於劉鈍、韓琦編，《科史薪傳：慶祝杜石然先生從事科學史研究40周年學術論文集》（瀋陽：遼寧教育出版社，1997），頁71-83。

50 劉鈍，〈梅文鼎在幾何學領域的若干貢獻〉，載於梅榮照主編，《明清數學史論文集》（南京：江蘇教育出版社，1990），頁182-218；劉鈍，〈清初曆算大師梅文鼎〉，《自然辯證法通訊》1986.1: 61。

即借根方解」。⁵¹在他的繼續倡導下，「西學中源」說在此後更廣為流傳，以至清末。

自強運動時期，梅氏祖孫的說法還一直是支持「西學中源」說有關數學論述的兩個主要依據。奕訢、文祥等人奏請增設天文算學館時，就將「天元術」作為以杜「舍中法而從西人為非」訾議之論據。⁵²一些中算家還將「天元一即借根方解」發揮為「西法之代數即中法之天元、四元也」，⁵³即將中國的「天元術」與「四元術」與西方的代數學對等起來。到民國初年，它還對一些自幼就接受新式教育的學者產生了影響。陳在新（1879-1945）就是一例。⁵⁴1913年他序《高級代數學》時就寫道：「代數學者即古之天元、四元術也。我中國通行已久，而尤昌明於宋代。如祖沖之、朱世傑、秦九韶、楊輝、李冶等，皆著有成書，闡發此種學理。」⁵⁵

同時，晚清時期，中算家研究「勾股術」與「天元術」的不勝枚舉。關於「勾股術」，晚清八大家⁵⁶中，羅士琳、項名達、戴煦、李善蘭等都有相關的著作。譬如羅氏《勾股容三事拾遺》、⁵⁷項氏《勾股六術》、⁵⁸戴氏《勾股和較集成》、⁵⁹李氏《級數勾股》⁶⁰等。關於「天元術」，羅士琳撰有《四元釋例》、⁶¹李善蘭撰有《測圓海鏡解》、⁶²崔朝慶撰有《天元一

51 清·梅穀成，《赤水遺珍》，載於氏輯《宣城梅氏叢書輯要》（雍正一年兼濟堂刻本，1723）。

52 同註13，頁15。

53 清·張茂澐，《代數勾股》（光緒十四年長沙玉海樓刊本，1888）。

54 陳在新的生平，可參閱拙文〈陳在新與《四元玉鑒》的英文譯注〉，《中國科技史雜誌》26.2 (2005): 142-154。

55 陳在新，〈代數序〉，載於偉勒氏（Webster Well）著，德瑞蘭、陳在新譯，《高級代數學》（北京：匯文大學校印書局，1913）。

56 包括羅士琳、項名達、徐有壬、戴煦、顧觀光、夏鸞翔、鄒伯奇及李善蘭。

57 清·羅士琳，《勾股容三事拾遺》（道光八年刊本，1828）。

58 清·項名達，《勾股六術》（光緒廿二年上海機衡堂刻本，1896）。

59 李儼，〈近代中算著述記〉，載於郭書春、劉鈍主編，《李儼錢寶琮科學史全集》第6卷（瀋陽：遼寧教育出版社，1998），頁689。

60 李儼，〈李善蘭年譜〉，載於《李儼錢寶琮科學史全集》第8卷，頁348。

61 清·羅士琳，《四元釋例》，載於元·朱世傑撰，清·羅士琳細草，《四元玉鑒細草》（光緒十七年成都志古堂重刻本，1891）之後。

62 李儼，〈李善蘭年譜〉，載於《李儼錢寶琮科學史全集》第8卷，頁340。

得》、⁶³吳嘉善撰有《天元名式釋例》、《天元一草》、《天元問答》及《方程天元合釋》、⁶⁴劉嶽雲撰有《測圓海鏡通釋》⁶⁵等。進入二十世紀後，中國士人研究「勾股術」與「天元術」的熱潮有所回落，但仍餘波不斷。譬如陳有霖撰有《勾股四則》、⁶⁶黃泰生撰有《測圓海鏡識別贅解》⁶⁷等。由於篇幅有限，在此不逐一列出。⁶⁸這些情況的出現，原因很多，不過梅氏祖孫的說法至晚清影響依然至深，當不失主因之一。

在這樣的社會背景下，勾股和較術與《測圓海鏡》類問題在廣方言館的數學教學中受到重視就並非偶然了。也就是說，在「西學中源」說盛行的自強運動時期，一些重要官辦洋務學堂的算學教習，或許還是信服梅文鼎的「幾何即勾股論」與梅穀成所說的「天元一即借根方解」，儘管兩者都純屬牽強附會之論。

（二）《廣方言館課藝》問題的解法

由上文可知，勾股和較術、《九章算術》「盈不足」類、「少廣」類等問題，以及《測圓海鏡》類等問題，是廣方言館中算教學的重點。而且，這些問題所占《課藝》問題的比例與西算問題的比例幾乎相當。但爲了深入了解廣方言館中算教學情況，還有必要考察《課藝》所包括的這些中算、西算及力學問題的解法。

1. 中算問題的解法

《課藝》的中算問題共計 20 題，其中有 5 題（第 5、9、11、34、40 題）主要以中算方法求解，占中算問題數量的 25%。這 5 題中使用「天元術」求解的有 4 題（第 5、9、34、40 題）。其中，有的問題明確要求使用「天元術」。例如，第 5 題爲「今有勾股直積一千六百八十，勾弦和九十八，求三事？此題有不同式兩形。試用立天元法演得開立方式。如立天元爲勾，開得

63 清·崔朝慶，《天元一得》（光緒二十年自刊本，1894）。

64 清·吳嘉善，《算書二十一種》（同治十三年《白芙堂算學叢書》本，1874）。

65 清·劉嶽雲，《測圓海鏡通釋》（光緒二十二年成都尊經書局刊本，1896）。

66 清·陳有霖，《勾股四則》（光緒三十一年自序石印本，1905）。

67 清·黃泰生，《測圓海鏡識別贅解》（光緒二十七年南通陳氏刊本，1901）。

68 其中，有關《測圓海鏡》的研究情況，可參閱李儼，〈測圓海鏡研究歷程考〉，載於《李儼錢寶琮科學史全集》第 8 卷，頁 37-222。

兩個方根，即兩形之勾。或立天元爲股、爲弦、爲勾弦較皆然。併錄天元開方兩細草。」第34題爲「今有勾弦較九尺，只云取勾五分之三與弦和較等，問勾、股、弦各幾何？以天元演之。」此外，第11題爲「今有合弦一百四十，斷勾股和二十八，問城徑幾何？」這是一個《測圓海鏡》類問題。「合弦」、「斷勾股」分別指合勾股形的弦，斷勾股形的勾和股。此兩個勾股形是由李善蘭創造的。⁶⁹李氏創造此兩個勾股形的目的，是使《測圓海鏡》的十三率勾股形與大勾股形的勾股弦和較十三事一一對應。這解決了《測圓海鏡》原書十三率勾股形的三事和中，缺少兩率來對應大勾股形的勾股和與勾股較的問題。⁷⁰此題選張時良課藝。張氏在解題時說：「『識別』合三和即通勾股和，斷三和即通勾股較。而勾股較之勾股和，即勾股和之勾股較。所以題中之斷勾股和即合勾股較。」這是將李善蘭提出的合勾股形、斷勾股形，及《測圓海鏡》「識別雜記」中有關勾股形的數量關係作了變換。在解題過程中，張氏還提到「依海鏡理得……」。這是指《測圓海鏡》中的算理。

《課藝》的中算問題中有3題（第10、31、38題）是以中算知識求證之題。譬如第38題是一個有關「盈朒或雙套盈朒及貴賤差分」的問題，「盈朒或雙套盈朒」即「盈不足」或「兩盈、兩不足」。朱祖樸在算草中寫道：「盈朒及貴賤差分之題，皆可歸入方程術中，而《九章》則各分其術，故莫如以圖解之乃覺易明」。這顯然受到了劉彝程「九章」分類方式的影響。朱氏所給出的算理爲：「設盈朒題有人分物，每人少分若干盈若干，每人多分若干不足若干，則以盈、不足相并爲實，多少兩分數相較爲法。法除實得人數。又設貴賤差分題，雞兔同籠，共頭若干，共足若干，則以雞足乘共頭，以減共足，餘兩足較除之得兔數。復以兔足乘共頭，減共足，餘仍兩足較除之，得雞數。」其「盈朒」題的算理與《九章算術》卷7盈不足「其一術」⁷¹相同。此外，其貴賤差分題源自《孫子算經》卷下「雞兔同籠」題。⁷²

69 合勾股形和斷勾股形最早出現於李善蘭1876年撰《九容圖表》。參閱氏著《九容圖表》（古今算學叢書本，1898）。

70 錢寶琮，〈有關《測圓海鏡》的幾個問題〉，載於《李儼錢寶琮科學史全集》第9卷，頁703-705。

71 術文見郭書春匯校，《匯校九章算術》上冊（瀋陽：遼寧教育出版社；臺北：九章出版社，2004），頁309。

72 題文見郭書春、劉鈍點校，《算經十書》（臺北：九章出版社，2001），頁283-284。

《課藝》的其他 12 個中算問題的情況是：第一，有 7 題（第 1、2、15、16、21、23、36 題）基本以西法求解。如第 15 題是一個一元三次方程求根問題。此題選龔傑課藝，問題是「今有俱整實根之立方式，一百二十八爲負實，四十八爲負上廉，空下廉，一爲正隅。試用代數亥加入法，開得三個方根，各幾何？並錄細草。」按現代數學術語解釋，即求方程 $x^3-48x-128=0$ 的根。龔傑解題時，使用了《代數術》⁷³ 第 11 卷第 114 款有關三次方程「地^三┐午地┐未⁰」，即 $x^3+ax+b=0$ 的求解公式。他首先令「午=┐ 四八，未=┐ 一二八」，即令 $a=-48$, $b=-128$ ，然後將這兩個係數代入求解公式。龔傑在解題過程中所言「照代數一百十四款公式」，即指《代數術》第 11 卷第 114 款。我們知道，華蘅芳與傅蘭雅（John Fryer, 1839-1928）翻譯《代數術》時，曾請劉彝程擔任校算工作，劉氏在廣方言館講授《代數術》，自然與此直接相關。

第 16 題爲「有勾弦和一百六十二，弦和較四十，求勾、股、弦？並言其理。」此題選用丁國鈞課藝。丁氏使用了項名達（1789-1850）的《勾股六術》（1825 年）第六術第 8 題的解法。丁氏首先列出解題的算理：「草曰：勾弦和與弦和較相乘得六千四百八十，與股乘弦較較等積。以勾弦和爲長闊和。用帶縱開方法開之，得十八爲長闊較。和較相加折半得九十爲股，以較減和折半得七十二爲弦較較。弦較較、弦和較相加折半得五十六爲勾。勾減勾弦和得一百零六爲弦。……」《勾股六術》第六術第 8 題爲「有勾弦和，有弦和較，求勾、股、弦？」⁷⁴ 其法爲「以勾弦和、弦和較相乘爲長方積。以勾弦和爲長闊和。用帶縱和數開方算之。四因積與長闊和自乘相減開平方得長闊較。和較相減折半爲弦較較，相加折半爲股。弦較較、弦和較相加折半爲勾。勾減勾弦和爲弦。」《勾股六術》第六術各題都與第三術各題有直接的關聯，而後者的解主要基於兩個三率連比例公式： $(c-a):b=b:(c+a)$ 與 $(c-b):a=a:(c+b)$ 。其中， a 爲勾， b 爲股， c 爲弦。進一步而言，第六術各題的解都是在這兩個連比例公式的恆等變換公式的基礎上求出的。其第 8 題所用的變換後的公式爲 $b:(c+a)=(a+b-c):[c-(b-a)]$ 。由於連比例公式屬於西算，所以

73 華里司（William Wallace）撰，傅蘭雅（John Fryer）口譯，華蘅芳筆述，《代數術》（上海：江南製造局刊本，1873）。

74 清·項名達，《勾股六術》（光緒二十二年上海璣衡堂刻本，1896）。

《課藝》第16題採用的基本是西法。後來，丁氏在解題過程中還使用了四率比例公式，對其得到的勾股恆等式進行了證明。

應該指出，劉彝程採用項名達《勾股六術》，來教授廣方言館學生解「勾股」問題，應與劉氏對該書的推崇及書中確有新術直接相關。劉氏曾說：

勾股題類甚多，且一題可求諸數，則其義尤多。……此其法自古無書，惟見於項梅侶氏下學庵《勾股六術》。其書分諸題六種，每種共一公術，而以其異題仍可以加減化作本題者，各附於後。其法至善，蔑以加焉！⁷⁵

其實，在項氏之前，李銳的《勾股算術細草》（1807年）已對勾股術進行了系統的整理。⁷⁶這大概是劉氏並不熟悉李銳的這部著作所致。

第二，有5題（第17、18、19、24、40題）皆屬勾股和較術問題，以中算與西算結合的方法求解。解法以劉彝程本人的相關成果為主。例如，第18題是一構造勾股形的問題，題為「假如由勾股形欲化為另一勾股形，而令另形之勾股較為原較之冪。法：以弦自之、倍之，為勾弦較。勾股和自之為另股弦較。依常法求之，得另形勾、股、弦。若令另形之勾股較與原較等。法：以弦和和倍之於上，以勾、股各減上位，又以弦加上位得另形大勾、股、弦。或以弦和較倍之於下，以勾、股各減下位，又以下位減弦得另形小勾、股、弦。如是遞化即得遞大、遞小諸形。若勾股較大於弦和較，則但化得大形，不能化得小形。故本形為同較極小之限。試證其理。」此題選李鴻杭課藝。其可分為兩部分，第一部分為求證造一個勾股形，使其勾股較等於原勾股形之勾股較的冪的方法；第二部分為求證造一個勾股形，使其勾股較等於原勾股形之勾股較的方法。此題第一部分，與劉彝程《簡易庵算稿》卷4「甲午冬一」題中的三種形式的第一種情形相同，且李氏的證法與《簡易庵算稿》的方法基本相同。第二部分與《簡易庵算稿》卷4「甲午冬二」題相同，李氏基本上是以劉彝程在此題中創立的三個基本算式為基礎進行證明的。《簡易庵算稿》集結了不少劉彝程個人的研究心得，這「甲午冬二」題及其解法就是其中一例。

75 同註34，卷4上，頁1。

76 劉鈍，〈勾股算術細草提要〉，載於郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙·數學卷》第5冊（鄭州：河南教育出版社，1993），頁67-69。

2. 西算及力學問題的解法

《課藝》的西算及力學問題，凡 23 題，其中除第 30 題用到「天元術」術語設未知數及以籌算形式表示數字外，其他 22 題均主要以西算求解（第 35 題為力學問題，根據初等物理知識，以四率比例法求解）。

從西算問題的解法，可以看出廣方言館的數學教學內容，包括《代數術》、項名達、戴煦（1805-1860）等中算家，以及劉彝程本人的研究成果。例如，第 3 題為「三角形之三角為角、亢、氏，其三正切連乘等於三正切相加。試證其理。」即已知三角形的三個角分別為 A, B, C ，求證 $\tan A \tan B \tan C = \tan A + \tan B + \tan C$ 。此題選用李鴻杭課藝。李氏解題過程中提到「准代數術吧幅式：（甲 $\perp$ 乙）正切 = （一 $\perp$ 甲正切乙正切） / （甲正切 $\perp$ 乙正切）」，即指《代數術》第 24 卷「論八線數理」第 241 款中的第一個「吧幅式」。將其譯為現代數學符號為： $\tan(A+B) = (\tan A + \tan B) / (1 - \tan A \tan B)$ 。第 22 題為「杭州項、戴二氏創設開方級數四式。西人只知二式，名為二項例。由二式即可化為四式，化法不一。用齊同分母者居多，布草極繁，惟有以指數卯約寅為負一法，可省齊同之繁，而且自然。又可逕⁷⁷從簡式遞求化之。誠善法也！蓋作變化之式。」題中所說「項、戴二氏」即項名達、戴煦，「開方級數四式」即此二人共同討論求得的二項式 n 次根的四式。此題的意思是說，若將西算二項式定理化為項名達、戴煦共同討論求得的二項式 n 次根的四式，使用指數運算（變為負指數），較中算齊同術以通分分母的方法來得簡單。第 29 題是一個二次不定方程問題，選李鴻杭課藝。題設為「欲取大數天，小數地之兩數。令兩數之冪相減一，須等於兩數相減二，須等於兩數相加。又令兩數之冪相加一，須等於兩數相減二，須等於兩數相加。問取兩數之法，並論天地大小之限。後一法之地，每有一個同數，天必有兩個同數。後二法之天，每有一個同數，地必有兩個同數。後一法、二法，天、地具為整數者，只有一個答數。試證之。」此題與劉彝程《簡易庵算稿》卷 4「甲午秋四」題同。李氏的解法與劉氏《簡易庵算稿》解法類似，而劉氏的方法是以西算為主的。

由此看來，廣方言館的西算問題主要以西術求解，幾乎沒有出現以中法驗證西法的情況。雖然在廣方言館的數學教學中包括所占比例，與西算問題

77 原文為竟，今依意校正。

幾乎相當的中算問題，而且算學教習在授課之時也講授勾股術、《測圓海鏡》及其「天元術」，以及與《算經十書》中重要算經相關的知識，但他們所倡導的，還是以西術求解中算問題。這顯然既合於劉氏《九章實義》以西法求解中算問題的精神，又符合自強派與保守派借西法以印證中法的共識。

四、京師同文館的中算教學

李善蘭 1868 年入京後即擔任同文館算學教習之職，直至 1882 年去世。此後，席淦、王季同（1875-1948）相繼擔任此職。此三人中，李氏任職時間最長。

（一）同文館數學教學中的中算問題

1876 年同文館公布了兩個課程表，一為八年制課程，另一為五年制課程。八年制課程是為「由洋文而及諸學」的學生開設的，其中未有與中算相關的科目。五年制課程針對的是「年齒稍長，無暇肆及洋文，僅藉譯本求諸學者」，其中包括一門「九章算法」。⁷⁸此課程應與《九章算術》有關。《清會典》曾記載同文館數學課程「以加減乘除為入門，次九章，次八線，次則測量，次則中法之四元術，西法之代數術」。⁷⁹其中的「九章」與「中法之四元術」，應是與《九章算術》、「四元術」有關的課程。《清會典》亦稱，「九章」之內除「少廣」之外，「勾股義最深，用亦最繁」。⁸⁰這是說，「勾股」問題應是「九章」課程的重點。

從同文館《算學課藝》⁸¹來看，確乎如此。《算學課藝》共四卷，總計 198 題，由李善蘭閱定，同文館算學副教習席淦和貴榮編輯，是李氏就任同文館算學教習後至 1880 年間同文館 52 位學生的課卷。《算學課藝》問題所屬類型統計情況如表二。

78 《中國近代學制史料》，頁 71-73。

79 《中國近代學制史料》，頁 75。

80 同上註。

81 本文採用光緒丙申年（1896）上海著易堂石印本。目前所見《算學課藝》的其他版本，包括光緒庚辰年（1880）聚珍版、光緒十八年（1892）京都同文館版本及光緒二十二年（1896）鉛印本等。

表二 《算學課藝》各類型題目統計

卷 次	類 型	題數	所占題目總數比例
1	天文	20	10.1%
	力學	30	15.2%
2	平面幾何	23	11.6%
	立體幾何	4	2.0%
	垛積術	7	3.5%
	招差術	2	1.0%
	連比例	1	0.5%
	《孫子算經》「物不知數」類	2	1.0%
	《張丘建算經》「百雞問題」類	3	1.5%
	二項式展開	1	0.5%
	《九章算術》盈不足類	1	0.5%
3	《測圓海鏡》類	42	21.2%
4	勾股和較術	25	12.6%
	組合	1	0.5%
2與4	應用雜題	36	18.2%
總計		198	約 100%

《算學課藝》各類問題所占比例由高至低排列，依次為《測圓海鏡》類、力學、勾股和較術、平面幾何、天文、垛積術、立體幾何、《張丘建算經》「百雞問題」類、招差術、《孫子算經》「物不知數」類、連比例、二項式展開、《九章算術》盈不足類，以及組合等問題。這大體上反映了李善蘭執教時期，講授的問題及其對於各類問題教學的大致側重順序。《測圓海鏡》類、勾股和較術、垛積術、《張丘建算經》「百雞問題」類、《孫子算經》「物不知數」類、招差術，以及《九章算術》盈不足類等問題，均是典型的中算問題。

在《算學課藝》所有類型的問題中，勾股和較術問題排在第三位，僅次於《測圓海鏡》類、力學等問題。據史家李儼考證，李善蘭晚年著有《造整

數勾股級數法》兩卷。⁸²可見，李氏在教學之外，還進行「勾股」問題的研究。這說明，他對「勾股」問題相當重視。比較《算學課藝》與《廣方言館算學課藝》可知，它們的勾股和較術問題的內容深度基本相當，但在構造勾股形問題方面，《廣方言館算學課藝》較《算學課藝》為深。如《算學課藝》卷4第1題，《廣方言館算學課藝》第17、18、24題，均為構造勾股形問題。其中，前書第1題和後書第17題的程度相仿，而程度明顯不如後書第18、24題。而且李鴻杭解後書第18題時，採用了劉彝程的研究成果，至於前書第1題的貴榮課藝，則沒有什麼新方法。⁸³

由《測圓海鏡》類問題所占比例排在首位可知，《測圓海鏡》是同文館數學教學的重要用書之一。《算學課藝》卷3均為《測圓海鏡》類問題，其中有8題的設問是源自《測圓海鏡》卷1「識別雜記」中的定理和公式，有3題與《測圓海鏡》中問題相同。⁸⁴這類問題中，還包括李善蘭研究《測圓海鏡》時加入的合勾股形和斷勾股形問題，如，第6題為「有斷勾股較，有大弦和和，求圓徑？」；第29題為「有合股弦和，又斷勾弦較，求圓徑？」

《算學課藝》中的垛積術和招差術問題，有些出自或改編自《四元玉鑒》。例如，《算學課藝》卷2第31題為計算一四角垛層數的問題，與《四元玉鑒》卷下「果垛疊藏」門第2題相仿。⁸⁵《算學課藝》卷2第37題為垛積招差問題，即《四元玉鑒》卷中「如像招數」門第5題。我們知道，朱世傑《四元玉鑒》所敘述的「四元術」，是由「天元術」發展起來的多元高次方程組的解法。它不僅與《測圓海鏡》有必然的聯繫，而且難度還較後者為大。

李善蘭在教學或考試中之所以選擇《測圓海鏡》、《四元玉鑒》中的相關問題作為教學材料，與他對天元術、四元術始終所懷有的熱情是分不開的。史家洪萬生曾指出，李氏是十九世紀下半葉繼羅士琳之後重視天元術和四元術的晚清算學家領袖。⁸⁶尤其，李氏與偉烈亞力翻譯《代數學》、《代微積拾

82 同註60，頁340。

83 錢寶琮對貴榮的方法亦評價不高。參閱氏著〈中國數學中之整數勾股形研究〉，載於《李儼錢寶琮科學史全集》第9卷，頁319-320。

84 郭金海，〈京師同文館數學教學探析〉，《自然科學史研究》第22卷增刊（2003）：50-52。

85 題文見《中國科學技術典籍通彙·數學卷》第1冊，頁1251。

86 洪萬生，〈談天三友焦循、汪萊和李銳——清代經學與算學關係試論〉，載於《談天三

級》時深受《測圓海鏡》助益之刻骨銘心的感受，更是他在同文館講授《測圓海鏡》的動力資源。如李氏曾言：

少習《九章》，以爲淺近無知，及得讀此書，然後知算學之精深，遂好之至今。後譯西國代數、微分積分諸書，信筆直書了無疑義者，此書之力焉。今來同文館，即以此課諸生。⁸⁷

其實，李氏選擇《測圓海鏡》、《四元玉鑒》也是順和總理衙門大臣和保守派官僚們的意願。因爲他們雖然可能對中算不甚了了，但由於他們支持「西學中源」說，天元術及四元術可是他們相當熟知的中算名詞。李善蘭到同文館後可能已經不再支持「西學中源」說了，⁸⁸但在當時的歷史場景中，即使他不講授天元術和四元術，恐怕總理衙門也不會同意。因而，李氏無論是出於自身所願，還是爲了順應總理衙門大臣們的意願，都有理由將天元術、四元術納入教學內容。

由表二可知，如同《廣方言館算學課藝》，《算學課藝》亦包括《九章算術》盈不足類問題。其卷2第46題爲「瓜豆同日發芽，生蔓。瓜蔓初日長一尺六寸，以後每日所長遞減半。豆蔓初日長一寸，以後每日所長遞加半。二蔓第幾日相等？」此題是按照《九章算術》卷7「盈不足」的「蒲莞共生」題（第11題）⁸⁹改編的。

《算學課藝》尚有與《孫子算經》、《張丘建算經》相關的問題。這些問題均在卷2。例如，第41題爲「今有物，不知數，欲勻分爲五則多一數，欲勻分爲七則多六數，欲勻分爲三則多二數，求原數若干？」第42題爲「今有田一區，欲均授十一佃多一畝，欲均授十三佃多三畝，欲均授十七佃多七畝，求田各若干。」此兩題改編自《孫子算經》卷下「物不知數」問題（第26題）。⁹⁰第43題爲「今有上物三值五，中物五值七，下物七值三，共物

友》，頁95-97。

87 清·李善蘭，〈測圓海鏡細草序〉，載於元·李冶，《測圓海鏡細草》（北京：同文館活字版，1876）。

88 根據洪萬生的研究，李善蘭1845年自序《四元解》時有一段文字明顯在宣揚「西學中源」說，但這段文字在1867年《四元解》收入《則古昔齋算學》再刻時已被刪除。見氏著，〈談天三友焦循、汪萊和李銳——清代經學與算學關係試論〉，頁96。

89 題文見郭書春匯校，《匯校九章算術》上冊，頁313。

90 題文見郭書春、劉鈍點校，《算經十書》，頁282。

百，共值百，求三物各若干？」第44題為「今有大物一值五，中物一值四，小物二值一，共物百、共錢百，求三物各若干？」這兩題是典型的「百雞問題」，改編自《張丘建算經》卷下最末一題。⁹¹另外，第45題是根據「百雞問題」改編而成三色差分問題，題設為「今有火輪舟局，每日發工銀一千兩，工人必滿一千名。但云西工每名十三兩，本工每名三兩，小工每三名一兩，三等工人時有增減，求三色人最多若干名，最少若干名。」

從整體來看，《算學課藝》屬於中算的各類問題，共82題，占《算學課藝》問題總數的41.4%。這表明《算學課藝》的中算問題比例，略低於西算問題的比例。這與《廣方言館算學課藝》的情況基本相仿。《算學課藝》與《廣方言館算學課藝》的一些中算問題類型相同，《測圓海鏡》類、勾股和較術、《九章算術》盈不足類等問題即為表徵。不同的是，《廣方言館算學課藝》所包括的中算問題不如《算學課藝》廣泛，如前者並不包括垛積術、招差術及《張丘建算經》中的問題。

（二）《算學課藝》問題的解法

為了深入了解同文館的中算教學情況，亦有必要對《算學課藝》所包括之問題的解法進行分析。

第一，《算學課藝》的198題中，以中算方法求解的有6題，占問題總數的3%，用到的解法有「天元術」、「四元術」、「大衍總數術」、「招差術」等。這6題為：卷1第18題「置閏之法與理，試詳言之？」（陳壽田課藝）；卷2第29題「今有果子三百六十四枚，欲以三角垛堆之，求層數若干？」（杜法孟課藝）；卷2第37題「今有將軍依立方招兵，初日方邊三尺，以後逐日遞增一尺。每兵日支錢二百五十文。已招二萬三千四百人，支錢二萬三千四百六十二千。試推招了幾日？」（陳壽田課藝）；卷2第38題「有人買書一部，或叩其價。答曰：有一勾股，取勾之中半，股之弱半，并之，與價銀兩等。若取勾弱半以加小和以價乘之為正實，價自乘為負從，勾股較為負隅，開平方亦得價。又弦乘較加股幕又加大和為正實，倍書價加小和為正從，書價為正廉，倍價為負隅，開立方仍得價。求價若干兩。」（楊兆璽課藝）；卷2第41題（汪鳳藻課藝）；⁹²卷4第28題「有甲乙二物俱不知

91 題文見上註，頁340-342。

92 此題前文已述。

價。但云甲價之立方三倍等於乙價之平方，而乙價之立方等於甲價之平方八十一倍。求甲、乙價各若干？」（王文秀課藝）。

第二，《算學課藝》其他問題的解法，雖然多表現為「合中西之各術」⁹³的形式，但除卷2第19題、卷3第34題等的解法外，大部分問題主要以西算求解，儘管不少屬於中算之問題的解法仍使用中算術語。此處所言「合中西之各術」的形式，是指《算學課藝》中的多數問題，都是在化為一元或多元線性方程（組）後求解的，而在求解此方程（組）的過程中，設未知數即採用「天元術」與「四元術」中用「天」或「天」、「地」、「人」、「物」表示的方式；其他符號，如常數、未知數的冪次、分數、計算符號等，皆採用李善蘭翻譯西算著作所採用的符號；化簡、消元過程採用初等代數求解一元或多元線性方程（組）的方法；最簡方程援用中算的縱式記法表示；最後求根採用西方筆算開方法。

其實，建立方程（組），然後化簡、消元，再解出所得之最後方程的根才是解題的關鍵，而無論是以「天」或「天」、「地」、「人」、「物」表示未知數，還是以中算的方法表示方程，只是對未知數、方程的一種表示形式而已，並非關鍵所在。也就是說，在同文館的數學教學中雖然「天元術」、「四元術」等中算知識還被講授，還被少數學生解題時使用，但它們在同文館數學教學中的實際地位，明顯不如西方代數學。

此外，蔡錫勇使用了指數與對數求解《算學課藝》卷2第46題。前文提到，此題屬於《九章算術》盈不足類問題。以盈不足術求解此類問題時，結果僅為近似數。因為「盈不足術」對線性問題可以得出準確答案，而對非線性問題只能得出近似解。蔡氏的方法精確了運動速度的概念。此解刊出後還掀起了一小波研究《九章算術》「盈不足」類問題的熱潮，如崔朝慶就撰寫了《盈朒一得》，⁹⁴這是後話。

因此可以斷言，同文館的中算教學內容與廣方言館的中算教學內容是有相合之處的，但前者的要較後者的廣泛一些。由於前者的中算教學，還涉及四元術、大衍總數術及招差術等高深的中算知識，所以，在內容上除了構造

93 「合中西之各術」乃同文館總教習丁韞良（William Alexander Parsons Martin, 1827-1916）讚譽李善蘭之說，可參閱註6，丁韞良，〈算學課藝序〉。

94 清·崔朝慶，《盈朒一得》（光緒戊戌年江蘇書局刊本，1898）。

勾股形問題之外也要深入一些。同文館的數學教學，亦幾乎沒有出現以中法驗證西法的情況，絕大多數中算問題是以西術求解的，而且李善蘭「合中西之各術」之教學特色的重心，實際不在「中術」而是在「西術」上。換言之，自強派與保守派借西法以印證中法的共識，在同文館的數學教學中也得到充分的體現。

五、結語

在社會變局與第二次西學東漸之時代潮流影響下，晚清政府相繼設立了一批洋務學堂並開展新式科學教育。由於數學與自強之間形成一種直接的關聯，數學教育被推向新式科學教育的前鋒，算學家也因之得到了可以安身立命的自我發展空間。當時重要官辦洋務學堂進行中算教學，算學教習在教學題材的選擇上還有契合，是一個引人注目的現象。這種現象出現的原因十分複雜，主要涉及當時社會的思想、洋務學堂的教育制度，以及算學教習的數學素養等多個方面。

首先，自強運動時期，「西學中源」說盛行，保存中算的光輝成就與借西法以印證中法，是當時中國社會的一種主流思想。這點我們從同文館「天算之爭」已得到初步的認識。其實，「天算之爭」後，總理衙門對於「西學中源」說仍在不斷地加以宣揚，直至十九世紀末期的最後幾年，並且這種理論也是當時中國文化界的普遍看法。⁹⁵同時，梅文鼎的「幾何即勾股論」與梅穀成所說的「天元一即借根方解」，仍為許多人所信服，並一直是自康熙末期以降至晚清，支持「西學中源」說有關數學論述的兩個主要依據。天元術、勾股術也因之被推崇到幾乎無可附加的地位。而當時的重要官辦洋務學堂絕非真空，其教學不可能不受到上述社會思想的影響。廣方言館與同文館均將天元術、勾股術作為中算教學的重點，很可能為此提供了有力的證據。

第二，自強運動時期，國家新式科學教育尚無制度化之基礎，洋務學堂的主持者或教習有自由的空間來決定教學內容。設立洋務學堂，是晚清自強新政之一。由於舊的教育制度對於新式學堂並不適用，但當時國家又未頒布與之配套的新學制，所以，這些學堂都由其主持者或教習自主安排課程，而

95 吳福環，《清季總理衙門研究》（臺北：文津出版社，1995），頁210-215。

後者作為具體的操作者，有一定的實權。譬如《上海廣方言館課程十條》由廣方言館總辦馮煥光、鄭藻如擬訂。他們開列的數學課程，本身就包括「中學」與「西學」兩個部分，前者注重中算，如《算經十書》，後者則注重西算。⁹⁶同時，由於他們僅泛泛地開列了課程名稱，算學教習對教學材料的選擇無疑就擁有實際的自主權。再如京師同文館 1876 年公布的兩個課程表，是由總教習會同各館教習擬訂的。⁹⁷李善蘭作為算學教習，且很有聲望，他的意見自然就很有份量。也就是說，洋務學堂的算學教習在教學中有條件安排一些熱門或他們擅長、感興趣，或他們認為重要的中算題材。

第三，算學教習本身的數學素養，尤其是西算素養不高，決定他們在教學題材選擇上不可能完全脫離中算的範圍。李善蘭、劉彝程等晚清重要官辦學堂的算學教習，都是當時優秀的算學家，尤其前者之數學素養在中算家中幾乎達到了無人匹敵的程度。而他們由於沒有接受過專門的近代科學訓練，其自身知識結構並未得到完全改造。這樣，中算難免仍是他們教學的關懷所在。並且，由於自身知識結構的局限，他們恐怕難以勝任隨著第二次西學東漸已傳入的代數學、微積分等高等數學課程。廣方言館與同文館程度最深的數學教學內容，多限於所占比例甚少的初等微積分知識（參閱表一、表二），確乎證實了此點。再如，1877 年《格致彙編》「算學奇題」中刊有同文館算學生貴榮的一篇課藝。題目為：「設有式 O/O ，此式或云得 O ，或云得一，究竟得 O 得一，試求其證。」貴榮回答：「得一。」⁹⁸其答案顯然是錯誤的。因為此題屬於不定型問題，並無固定答案。貴榮是同文館數學成績較好的學生，在同文館 1878 年大考「漢文算學」榜單中名列第四，⁹⁹畢業後留任算學副教習。其課藝刊出前可能要經過李善蘭的審閱。但不管李氏曾否審閱，這應該是他微積分教學水平不高的反映。

當然，此一情況的出現絕非完全由算學教習的數學素養所決定，還可能與學生質量有關。但無論如何，晚清重要官辦洋務學堂的數學教學基本都未超出初等數學教育的水平，乃不爭的事實。同文館 1876 年公布的課程表中開列的「代數學」、「微分積分」等代表當時中國最高深之數學課程，雖然有可

96 同註 25，頁 223。

97 《中國近代學制史料》，頁 73。

98 《格致彙編》第 3 期（上海：上海格致書室，1877.4）。

99 《中國近代學制史料》，頁 56。

能在同文館開設，但它們在教學中都未佔有重要的地位。難怪中國甲午戰敗之後，晚清重要官辦洋務學堂的教學程度為許多有識之士所詬病。譬如江西道監察御史陳其璋指出，同文館「在外洋只稱為小中學塾，不得稱為大學堂。且自始至終，雖亦逐漸加巧，仍屬有名無實。」¹⁰⁰再如鄭觀應（1842-1922）認為：「廣方言館、同文館，雖羅致英才，聘請教習，要亦不過只學言語文字，若夫天文、輿地、算學、化學，直不過粗習皮毛而已。」¹⁰¹此外，嚴槐林、朱憲章等人還在《算學報》上發表〈同文館課藝辨誤〉、〈同文館課藝簡式〉等文章，糾正或簡化了《算學課藝》的一些錯誤或解答。¹⁰²這些批評基本都是實事求是的，而且非常中肯。

晚清重要官辦洋務學堂數學教學程度不高，顯然與它們仍將中算納入教學內容直接相關。因為畢竟當時中算在水平上已根本無法與西算抗衡。尤其，這些學堂講授中算對中國數學納入統一的世界現代數學，對儘快縮短兩者之間的差距也明顯不利。但持平而論，這些學堂的中算教學對於晚清數學教育由傳統向現代過渡，還是功不可沒的。譬如算學教習在教學之中，雖然講授了大量的中算問題，但其借西法以印證中法的教學，實質上是在傳播西算。「合中西之各術」解題的關鍵是在「西術」，而不在「中術」。又由於借西法以印證中法或「合中西之各術」，顯然皆能達到支持「西學中源」說的自強派與保守派官僚的滿意，就使得晚清重要官辦洋務學堂的中算教學，在無形之中為西算在中國的傳播，扮演了「護符」的角色。再如李善蘭、劉彝程等算學教習在教學中也相當努力，他們除了將本人的一些重要工作納入教學內容之外，還注意吸納晚清優秀中算家的研究成果。丁韞良 1877 年稱李氏在同文館，「維日孜孜勤求忘倦，不知老之將至，於斯道可謂殫心致志矣」，¹⁰³實非虛言。另外，劉氏在教學中還可能按照西算的分類方式，對中算進行了分類。從中國近代學術轉型的視角來看，這對晚清數學教育由傳統向現代過渡確實具有重要的意義。

100 〈光緒二十一年十二月初九日（1896.1.23）御史陳其璋請整頓同文館疏〉，載於《中國近代學制史料》，頁 590。

101 清·鄭觀應，〈盛世危言〉，載於曹岡主編，《中華大方略全書》第 2 冊（呼和浩特：內蒙古人民出版社，2005），頁 43。

102 清·嚴杏林、朱憲章等輯，《算學報》第 1-3 期（《學壽堂叢書》本，1909）。

103 丁韞良，〈李壬叔先生序〉，載於《格致彙編》，1877 年夏季冊。

最後，我們結合前文還要強調：晚清重要官辦洋務學堂進行中算教學，偏重借西法以印證中法，採取「合中西之各術」的路數解題，應該是晚清數學教育由傳統向現代過渡過程中的一個重要特點。雖然當時中算被納入數學教學內容可謂歷史的宿命，但在算學教習的內心世界和思想深處，中算的地位顯然已不能與西算相提並論了；乾嘉學派所揭櫫的「興復古學昌明古法」的大旗，到十九世紀下半葉第二次西學東漸時期，實際已不再立於歷史的潮頭，西算取代中算，中國數學教育「西化」似乎已成為一個無法抗拒的潮流。

後記：本文初稿曾於「第廿二屆國際科學史大會」（北京：中國科學技術史協會、中國科學院自然科學史研究所，2005年7月24-30日）宣讀。修訂時仔細參酌了兩名匿名審查者提出的若干有價值的意見和評論，並得到郭書春教授、李兆華教授的指教，特此申謝。不過，作者理當承擔所有文責。

引用書目

一、傳統文獻

- 元·李冶，《測圓海鏡細草》，北京：同文館活字版，1876。
- 清·丁取忠輯，《白芙堂算學叢書本》，上海：龍文書局石印本，1888。
- 清·丁韋良（William Alexander Parsons Martin），〈李壬叔先生序〉，載於《格致彙編》，1877年夏季冊，上海：上海格致書室發售。
- 清·李善蘭，《九容圖表》，古今算學叢書本，1898。
- 清·李潢，《九章算術細草圖說》，校本，1892。
- 清·張茂澁，《代數勾股》，長沙玉海樓刊本，1888。
- 清·屈曾發，《九數通考》，屈氏重刊本，1872。
- 清·沈善蒸輯，《廣方言館算學課藝》，上海：上海著易堂書局，1896。
- 利瑪竇（Matteo Ricci）、偉烈亞力（Alexander Wylie）口譯，明·徐光啓、清·李善蘭筆受，《幾何原本》，金陵刻本，1865。
- 清·吳嘉善，《算書二十一種》，《白芙堂算學叢書》，1874。
- 清·陳熾，《續富國策》，載趙樹貴、曾麗雅編，《陳熾集》，北京：中華書局，1997。

- 清·陳有霖，《勾股四則》，自序石印本，1905。
- 清·席淦、貴榮輯，《算學課藝》，上海：上海著易堂石印本，1896。
- 清·華蘅芳，《學算筆談》，上海：上海文海書局石印本，1896。
- 清·華蘅芳，《行素軒算稿》，梁谿華氏藏版，1882。
- 清·黃泰生，《測圓海鏡識別贅解》，南通陳氏刊本，1901。
- 清·梅穀成，《赤水遺珍》，載於氏輯，《宣城梅氏叢書輯要》，兼濟堂刻本，1723。
- 清·崔朝慶，《天元一得》，自刊本，1894。
- 清·崔朝慶，《盈朒一得》，江蘇書局刊本，1898。
- 清·項名達，《勾股六術》，上海：上海璣衡堂刻本，1896。
- 偉烈亞力口譯，王韜筆述，《重學淺說》，上海：墨海書館刊本，1858。
- 清·馮桂芬，《校邠廬抗議》，《續修四庫全書》第952冊，上海：上海古籍出版社，2003。
- 傅蘭雅（John Fryer）口譯，華蘅芳筆述，《代數術》，上海：江南製造局刊本，1873。
- 艾約瑟（Joseph Edkins）口譯，李善蘭筆述，《重學》，上海：墨海書館刊本，1859。
- 清·劉彝程，《簡易庵算稿》，上海：江南製造局鈐版，1900。
- 清·劉彝程，《九章實義》，上海：劉氏簡易庵石印本，1901。
- 清·劉嶽雲，《測圓海鏡通釋》，光緒二十二年成都尊經書局刊本，1896。
- 清·羅士琳，《勾股容三事拾遺》，刊本，1828。
- 清·羅士琳，《四元釋例》，載於元·朱世傑撰，清·羅士琳細草，《四元玉鑒細草》，光緒十七年成都志古堂重刻本，1891。
- 清·鄭觀應，《盛世危言》，載於曹岡主編，《中華大方略全書》第2冊，呼和浩特：內蒙古人民出版社，2005。
- 清·嚴杏林、朱憲章等輯，《算學報》，《學壽堂叢書》本，1909。
- 偉勒氏（Webster Well）著，德瑞蘭、陳在新譯，《高級代數學》，北京：匯文大學校印書局，1913。

二、近人論著

- 王 萍 1966 《西方曆算學之輸入》，臺北：中央研究院近代史研究所。

- 王揚宗 1997 〈明末清初「西學中源」說新論〉，載劉鈍、韓琦編，《科史薪傳：慶祝杜石然先生從事科學史研究40周年學術論文集》，瀋陽：遼寧教育出版社，頁71-83。
- 田 淼 2005 《中國數學的西化歷程》，濟南：山東教育出版社。
- 左玉河 2004 《從四部之學到七科之學——學術分科與近代中國知識系統之創建》，上海：上海書店出版社。
- 朱有璣主編 1983 《中國近代學制史料》第1輯上冊，上海：華東師範大學出版社。
- 吳福環 1995 《清季總理衙門研究》，臺北：文津出版社。
- 李兆華 2005 《中國近代數學教育史稿》，濟南：山東教育出版社。
- 易 萍 2002 「清末上海廣方言館及其數學教育」，天津：天津師範大學數學系碩士學位論文。
- 洪萬生 1991 〈同文館算學教習李善蘭〉，載楊翠華、黃一農編，《近代中國科技史論集》，臺北：中央研究院近代史研究所、清華大學歷史研究所，頁215-232。
- 洪萬生主編 1993 《談天三友》，臺北：明文書局。
- 郭金海 2003 〈京師同文館數學教學探析〉，《自然科學史研究》第22卷增刊：47-60。
- 郭金海 2005 〈陳在新與《四元玉鑒》的英文譯注〉，《中國科技史雜誌》26.2：142-154。
- 郭書春主編 1993 《中國科學技術典籍通彙·數學卷》，鄭州：河南教育出版社。
- 郭書春匯校 2004 《匯校九章算術》，瀋陽：遼寧教育出版社；臺北：九章出版社。
- 郭書春、劉鈍主編 1998 《李儼錢寶琮科學史全集》，瀋陽：遼寧教育出版社。
- 郭書春、劉鈍點校 2001 《算經十書》，臺北：九章出版社。
- 熊月之 1986 〈上海廣方言館史略〉，載上海市文史館等編，《上海地方史資料》第4冊，上海：上海社會科學院出版社，頁93-94。
- 劉 鈍 1986 〈清初曆算大師梅文鼎〉，《自然辯證法通訊》1986.1：52-64。
- 劉 鈍 1990 〈梅文鼎在幾何學領域的若干貢獻〉，載梅榮照主編，《明清數學史論文集》，南京：江蘇教育出版社，頁182-218。
- 錢寶琮主編 1981 《中國數學史》，北京：科學出版社。

**The Teaching of Traditional Chinese Mathematics
in the Main Government Schools During
the Late-Qing Dynasty:
From the Imperial Tongwen College to the
Shanghai Guangfang Language School**

Jin-hai Guo *

Abstract

Many courses of mathematics were offered in a number of main government schools as a result of the “Self-Strengthening Movement” in the late Qing Dynasty. At that time, Western knowledge imported after the Second Opium War had an impact on mathematics education in China. In addition, traditional Chinese mathematics was inferior by comparison with Western mathematics. Although much western mathematical knowledge that was known at that time in China was incorporated into the mathematics courses in schools, traditional Chinese mathematics was included in these courses as well. However, many studies have not given proper weight to the teaching of traditional Chinese mathematics in the main government schools during this period of time. In fact, no detailed study has yet been made of this subject. In this paper, the author will attempt to restore the teaching of traditional Chinese mathematics in the main government schools according to the extant original source material related to the teaching of mathematics in the Imperial Tongwen

* Jin-hai Guo is an assistant research fellow in the Institute for the History of Natural Science at the Chinese Academy of Sciences.

College 同文館 and the Shanghai Guangfang Language School 廣方言館. Efforts have also been made to study what role the teaching played in the transition of Chinese mathematics from “traditional” to “modern.” At the same time, the author will analyze the reasons why traditional Chinese mathematics were taught in the Imperial Tongwen College and the Shanghai Guangfang Language School, and shows the close relationship between the teaching of traditional Chinese mathematics and the social thought and other related factors in the late Qing Dynasty.

Keywords: Self-Strengthening Movement, Tongwen College 同文館, Guangfang Language School 廣方言館, traditional Chinese mathematics, Western mathematics, history of mathematics